

Exercice 15

Résoudre le système (S) $\begin{cases} x+y \equiv 4 \pmod{11} \\ xy \equiv 10 \pmod{11} \end{cases}$
d'inconnue $(x, y) \in \mathbb{Z}^2$.

Dans $\mathbb{Z}/11\mathbb{Z}$

Dans le corps $\mathbb{Z}/11\mathbb{Z}$, x et y sont les racines
de $r^2 - 4r + 10$
(relations coeff. - racines)

Utilisez les notations

(1) du programme

(2)

il y a un
problème si
 $y = 0$

$$\begin{aligned} (S) &\Leftrightarrow \begin{cases} x+y = 4 \\ xy = 10 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} xy + y^2 = 4y \\ xy = 10 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} y^2 = 4y - 10 \\ xy = 10 \end{cases} \end{aligned}$$

$$y \times (1) \quad L_1 \leftarrow y L_1$$

$$(1) - (2) \quad L_1 \leftarrow L_1 - L_2$$

$$\begin{aligned} G_m \text{ a} & \quad y^2 - 4y + 10 = (y - 2)^2 + 6 = 0 \\ \text{d'au} & \quad (y - 2)^2 = -6 = 5 \end{aligned}$$

Si vous
faites une
analyse,
il faudra
une
synthèse.

Gm cherche $\bar{x}^2 = 5$

$$G_1 \quad \bar{x}^2 = 5$$

$$\begin{aligned} \text{d'au} & \quad (y - 2)^2 - 4^2 = 0 \\ \text{d'au} & \quad (y - 2 - 4)(y - 2 + 4) = 0 \\ \text{d'au} & \quad (y - 6)(y + 2) = 0 \\ \text{d'au} & \quad \begin{cases} y - 6 = 0 \\ y + 2 = 0 \end{cases} \\ \text{d'au} & \quad \begin{cases} y = 6 \\ y = -2 = 9 \end{cases} \end{aligned}$$

Car ...

Si $y = \overline{6}$

On cherche l'inverse de $\overline{6}$ dans $\mathbb{Z}/11\mathbb{Z}$.

$$11 = 6 \times 1 + 5$$

$$6 = 5 \times 1 + 1$$

d'où
$$\begin{aligned} 1 &= 6 - 5 \\ &= 6 - (11 - 6) \\ &= 2 \times 6 - 11. \end{aligned}$$

d'où $6 \times 2 \equiv 1 \pmod{11}$.

d'où, avec $x \times y = \overline{10}$

$$\overline{2} \times x \times \overline{6} = \overline{2} \times \overline{10}$$

d'où $x = \overline{9}$

Si $y = \overline{9}$

par symétrie, $x = \overline{6}$

d'où $S = (\overline{9}, \overline{6})$

Synthèse?

Je ne sais pas ce qu'est S .
Si c'est un ensemble, je ne comprends pas.
Et il ya 2 solutions, ici (symétrie...)