J. LAROCHETTE

Formulaire : Fonctions usuelles

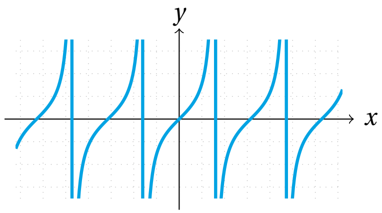
Fonction tan :

$$\tan : \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi,\ k \in \mathbb{Z}\right\} \to \mathbb{R}$$

$$\tan = \frac{\sin}{\cos}$$

π-périodique, impaire, dérivable sur $\mathbb{R} \setminus \{\frac{\pi}{2} + k\pi,\ k \in \mathbb{Z}\}$.

$$\tan' = \frac{1}{\cos^2} = 1 + \tan^2 \qquad \frac{\tan x}{x} \xrightarrow[x\to 0]{} 1.$$



$$\tan x \underset{x\to 0}{=} x + \frac{x^3}{3} + \frac{2x^5}{15} + \frac{17x^7}{315} + \mathrm{o}\left(x^7\right)$$

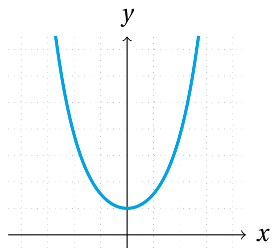
Fonction ch :

$$\mathrm{ch} : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$$

$$\mathrm{ch}(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$$

Paire, dérivable sur $\mathbb{R}$.

$$\mathrm{ch}' = \mathrm{sh}$$



$$\mathrm{ch}\, x \underset{x\to 0}{=} 1 + \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{24} + \cdots + \frac{x^{2n}}{(2n)!} + \begin{vmatrix} \mathrm{o}\left(x^{2n}\right) \\ \mathrm{o}\left(x^{2n+1}\right) \end{vmatrix}$$

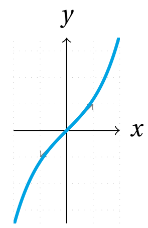
Fonction sh :

$$\mathrm{sh} : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$$

$$\mathrm{sh}(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$$

Impaire, dérivable sur $\mathbb{R}$.

$$\mathrm{sh}' = \mathrm{ch}$$



$$\mathrm{sh}\, x \underset{x\to 0}{=} x + \frac{x^3}{6} + \frac{x^5}{120} + \cdots + \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!} + \mathrm{o}\left(x^{2n+1}\right) \text{ ou } \mathrm{o}\left(x^{2n+2}\right)$$

Fonction th :

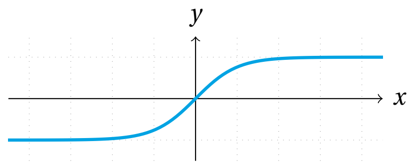
$$\mathrm{th} : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$$

$$\mathrm{th} = \frac{\mathrm{sh}}{\mathrm{ch}}$$

Impaire, dérivable sur $\mathbb{R}$.

$$\mathrm{th}' = \frac{1}{\mathrm{ch}^2} = 1 - \mathrm{th}^2$$

$$\mathrm{th}\, x \xrightarrow[x\to\pm\infty]{} \pm 1$$



$$\mathrm{th}\, x \underset{x\to 0}{=} x - \frac{x^3}{3} + \frac{2x^5}{15} - \frac{17x^7}{315} + \mathrm{o}\left(x^7\right)$$

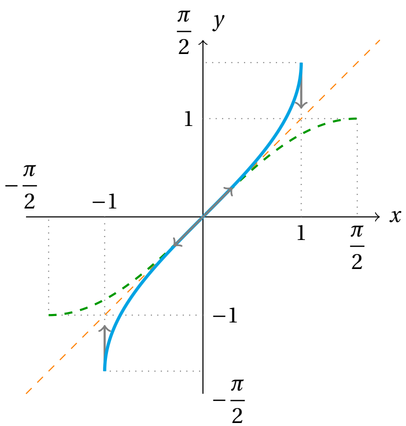
Fonction Arcsin :

$$\mathrm{Arcsin} = \left(\sin_{|[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}]}\right)^{-1} : [-1,1] \to \left[-\tfrac{\pi}{2},\tfrac{\pi}{2}\right]$$

dérivable sur $]-1,1[$ de dérivée

$$\mathrm{Arcsin}' : x \mapsto \tfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}.$$

$$\mathrm{Arcsin}(\sin x) = x \iff x \in \left[-\tfrac{\pi}{2},\tfrac{\pi}{2}\right]$$



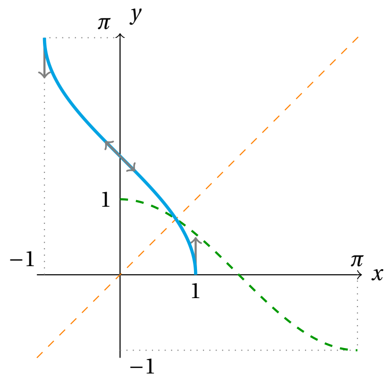
Fonction Arccos :

$$\mathrm{Arccos} = \left(\cos_{|[0,\pi]}\right)^{-1} : [-1,1] \to [0,\pi]$$

dérivable sur $]-1,1[$ de dérivée

$$\mathrm{Arccos}' : x \mapsto \tfrac{-1}{\sqrt{1-x^2}}.$$

$$\mathrm{Arccos}(\cos x) = x \iff x \in [0,\pi]$$



$$\mathrm{Arccos}\, x + \mathrm{Arcsin}\, x = \frac{\pi}{2}$$

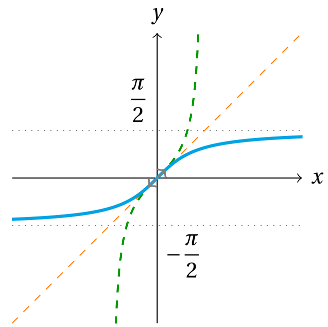
Fonction Arctan :

$$\mathrm{Arctan} = \left(\tan_{|]-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}[}\right)^{-1} : \mathbb{R} \to \left]-\tfrac{\pi}{2},\tfrac{\pi}{2}\right[$$

dérivable sur $\mathbb{R}$ de dérivée

$$\mathrm{Arctan}' : x \mapsto \tfrac{1}{1+x^2}.$$

$$\mathrm{Arctan}(\tan x) = x \iff x \in \left]-\tfrac{\pi}{2},\tfrac{\pi}{2}\right[$$



$$\mathrm{Arctan}\, x + \mathrm{Arctan}\, \frac{1}{x} = \mathrm{sgn}(x)\frac{\pi}{2}$$

$$\mathrm{Arctan}\, x \underset{x\to 0}{=} x - \frac{x^3}{3} + \cdots + \frac{(-1)^n}{2n+1}x^{2n+1} + \mathrm{o}\left(x^{2n+1}\right)$$